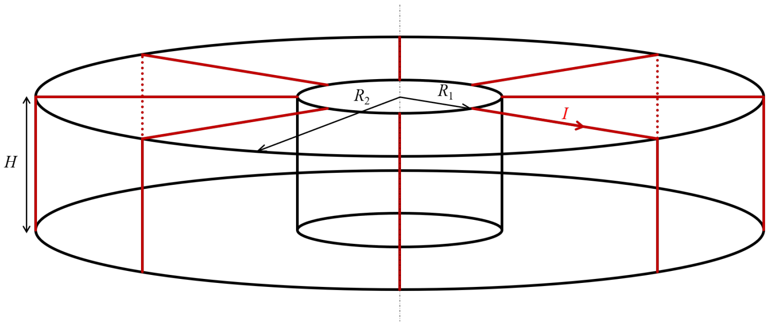
Colle n° 7 : Électromagnétisme 5 - Mécanique 1

Exercice 1 - Bobine torique : On considère une bobine torique, c'est-à-dire un enroulement de spires autour d'un tore à base carré de rayon intérieur R_1, de rayon extérieur R_2 et de hauteur H. Le schéma ci-dessous illustre le système mais seules quelques spires ont été tracées pour éviter de surcharger le dessin mais il y a suffisamment de spires pour considérer qu'on a un continuum de spires. Toutes les spires sont parcourues par le même courant I et il y en a N.



1. Par analyse des symétries et des invariances déterminer la forme du champ magnétique.
2. Considérer des cercles centrés sur l'axe de révolution du tore et de rayon r. Sachant que la circulation du champ magnétique sur ce cercle est égal au produit de la perméabilité du vide μ_0 par le courant électrique enlacé (compté algébriquement), déterminer l'expression du champ magnétique partout dans l'espace. On prendra l'origine des z au milieu du tore.
3. On défini le coefficient d'auto-induction L par l'expression $\Phi = LI$ avec Φ le flux du champ magnétique traversant l'ensemble des spires. Déterminer l'expression du coefficient L.

Exercice 2 - Cylindre infini en rotation autour de son axe : Un long cylindre, supposé infini, de rayon R et chargé uniformément en volume avec la densité ρ, tourne à vitesse angulaire ω constante autour de son axe (Oz) relativement au référentiel du laboratoire. Le milieu a des propriétés identiques à celles du vide, et on suppose qu'il n'y a pas de charge surfacique.

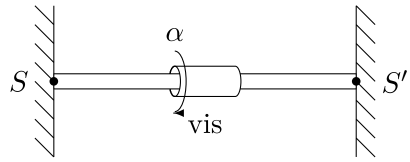
1. Calculer la distribution de courants ainsi générée.
2. Calculer alors le champ magnétique, en admettant que le champ extérieur est nul.

Exercice 3 - Modélisation d'un impact de foudre : On modélise un éclair et son arrivée sur le sol avec des courants dans le sol. L'éclair est modélisé par un fil infiniment fin parcouru par un courant d'intensité $I = 50\,\mathrm{kA}$. On utilisera les coordonnées sphériques de centre O le point d'impact de la foudre sur le sol. On prendra l'axe z vertical dirigé du ciel vers le sol.

1. En supposant que la loi des nœuds reste valide, comment s'écrit la densité volumique de courant dans le sol ?
2. Analyser les symétries et invariances du champ $\vec{B}$ dans l'air.
3. Comment sont les lignes de champ magnétique ?
4. Calculer le champ magnétique à l'aide du théorème d'Ampère.
5. On admet que la densité de courant et le champ électrique sont reliés par la loi d'Ohm locale dans le sol : $\vec{j} = \gamma\vec{E}$, avec $\gamma > 0$ la conductivité, qui dépend du type de sol concerné. Déterminer le champ électrique dans le sol et le potentiel électrique au sol. Commenter.

Exercice 4 - Barre de traction : On considère une barre de traction, dont on néglige la masse, en appui contre un mur aux points S et S'. La vis centrale peut tourner d'un angle α avec un pas $p = 0.15\,\mathrm{cm}$ pour modifier la longueur totale de la barre, c'est-à-dire que la barre s'allonge de $0.15\,\mathrm{cm}$ lorsque α réalise un tour complet.

Pour $\alpha = 0$, la barre tient juste au mur.



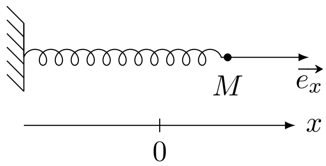
Données :

- loi de Hooke : la force interne exercée sur un solide de section S et de longueur ℓ_0 pour le raccourcir d'une longueur $\delta\ell$ est de norme : $F = SE\dfrac{\delta\ell}{\ell_0}$, cette force compense la réaction normale,
- module de Young du fer : $E = 10\,\mathrm{GPa}$,
- $\ell_0 = 1\,\mathrm{m}$; $S = 1.8 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$,
- coefficient de frottement sur le mur : $f = 0.6$.

Un homme de $70\,\mathrm{kg}$ veut faire des tractions avec une période $T = 1\,\mathrm{s}$.

1. En supposant que le mouvement de l'homme est sinusoïdal, donner la force maximale subie par la barre.
2. En supposant que la barre reste parfaitement horizontale, donner la condition pour que celle-ci ne glisse pas sur le mur en fonction de l'élongation $\Delta\ell$ de celle-ci.
3. En déduire l'angle α dont il faut tourner la vis centrale pour que l'ensemble tienne en place.

Exercice 5 - Oscillateur avec frottements solides : On considère un oscillateur masse-ressort horizontal avec un frottement solide de coefficient $f_s = f_d = f$. Le ressort est de raideur k et l'origine $x = 0$ correspond à sa longueur à vide. La masse M est abandonnée sans vitesse initiale à l'abscisse x_0 vérifiant $kx_0 > fmg$.



1. Déterminer l'équation du mouvement jusqu'au premier point de vitesse nulle puis la résoudre.
2. Calculer successivement les élongations maximales du ressort.
3. Indiquer la condition pour que la masse s'arrête définitivement après le n$^{\text{ième}}$ arrêt.
4. Tracer x en fonction de t.